

Respuesta óptica lineal de un punto cuántico cónico en el régimen de Born-Markov

Linear Optical Response of a Conic Quantum Dot in the Born-Markov Regime

Resposta óptica linear de um ponto quântico cônico no regime de BornMarkov

Recibido: 24 de noviembre de 2020.

Aceptado: 04 de junio de 2021.

Alfonso A. Portacio-Lamadri¹,

Físico, MSc, PhD;

 <https://orcid.org/0000-0002-5495-7102>**Jesús D. Arias-Hernández²,**

Físico, MSc;

 <https://orcid.org/0000-0002-5775-0617>**Diego A. Rasero-Causil³,**

Físico, MSc, PhD;

 <https://orcid.org/0000-0002-6583-0422>

¹ Grupo de investigación Sistemas Dinámicos, Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad de los Llanos, Villavicencio, Colombia. Email: aportacio@unillanos.edu.co

² Grupo de investigación Sistemas Dinámicos, Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad de los Llanos, Villavicencio, Colombia. Email: jariar@unillanos.edu.co

³ Grupo de Física Aplicada FIASUR, Departamento de Ciencias Naturales, Universidad Surcolombiana, Neiva, Colombia. Email: Diego.rasero@usco.edu.co



Este artículo se encuentra bajo licencia:
Creative Commons Atribución-
NoComercial-SinDerivadas 4.0
Internacional

Suplemento Orinoquia, Enero-Junio 2021; 25(1):
31-38
ISSN electrónico: 0121-3709
ISSN impreso: 0121-3709
<https://doi.org/10.22579/20112629.682>

Resumen

La susceptibilidad óptica lineal y no lineal en un punto cuántico cónico (CQD) se estudia teóricamente resolviendo una ecuación maestra de Born-Markov en la forma de Lindblad que incluye los procesos de emisión espontánea y desfase entre dos niveles del sistema cuántico nanoestructurado. Además, el vacío cuántico del campo electromagnético que afecta a la nanoestructura fue considerado como un entorno para el sistema. Los cálculos numéricos se realizaron para un CQD GaAs/AlGaAs. Se encontró que la posición del pico de resonancia presente en la respuesta óptica como una función de la energía del fotón incidente se desplaza hacia regiones de bajas energías (corrimiento al rojo) cuando se incrementan las dimensiones de la nanoestructura.

Palabras clave: Respuesta óptica, Born-Markov, nanoestructura, punto cuántico.

Abstract

The linear and nonlinear optical susceptibility in a conical quantum dot (CQD) is studied theoretically. By solving a Born-Markov master equation in the Lindblad form that includes the processes of spontaneous emission and dephasing between two levels of the nanostructured quantum system. In addition, the quantum vacuum of the electromagnetic field that affects the nanostructure was considered as an environment for the system. The numerical calculations were performed for a CQD GaAs/AlGaAs. It was found that the position of the resonance peak present in the optical response as a function of incident photon energy is shifted toward regions of low energies (red shift) when the dimensions of the nanostructure are increased.

Keywords: Optical response, Born-Markov, nanostructure, quantum dot.

Resumo

A suscetibilidade ótica linear e não linear em um ponto quântico cônico (CQD) é teoricamente estudada resolvendo uma equação mestre de Born-Markov na forma de Lindblad que inclui os processos de emissão espontânea e mudança de fase entre dois níveis do sistema quântico nanoestruturado. Além disso, o vácuo quântico do campo eletromagnético afetando a nanoestrutura foi considerado um ambiente para o sistema. Cálculos numéricos foram realizados para um COD GaAs / AlGaAs. Verificou-se que a posição do pico

Como Citar (Norma Vancouver):

Portacio-Lamadri AA, Arias-Hernández JD, Rasero-Causil DA. Respuesta Óptica Lineal de un Punto Cuántico Cónico en el Régimen de Born-Markov. Orinoquia, 2021;(suplemento 1):31-38. <https://doi.org/10.22579/20112629.682>

de resonancia presente en la respuesta óptica, en función de la energía del fotón incidente, se desloca para regiones de bajas energías (redshift) cuando las dimensiones de la nanoestructura son aumentadas.

Palabras-clave: Respuesta óptica, Born-Markov, nanoestructura, punto cuántico.

Introducción

Los puntos cuánticos (QDs) se definen como nanocristales semiconductores compuestos por grupos IIB-VIA (por ejemplo, CdSe, CdTe, CdS y ZnSe) o elementos IIIA-VA (por ejemplo, InP e InAs). El radio es menor o igual que el radio de Bohr de excitación, por lo que los QDs exhiben propiedades ópticas, eléctricas y magnéticas únicas, lo que los hace potencialmente útiles para su aplicación al reconocimiento y detección biométricos (Kuang, 2011). La investigación de matrices de QDs ha demostrado la viabilidad de su aplicación, así como de QDs individuales.

Actualmente existe un interés considerable en el estudio de las propiedades físicas de las heteroestructuras de baja dimensión, como pozos, alambres y puntos cuánticos. En estos sistemas, la restricción en el movimiento de los portadores de carga nos permite controlar las propiedades físicas de las estructuras (Kasapoglu, 2011). El gran interés en estas nanoestructuras semiconductoras está motivado por la posibilidad de utilizarlas como medios activos en futuros dispositivos electrónicos y fotónicos de alta velocidad (Henini, 2002). Los QDs con buenas propiedades ópticas son potencialmente útiles en las ciencias biológicas, en particular para aplicaciones de detección de genes y proteómica (Kuang, 2011). Las moléculas artificiales que consisten en QDs o en anillos cuánticos (QRs) acoplados son particularmente atractivas porque muestran una gran promesa para el procesamiento de información cuántica y la producción de dispositivos de terahercios. La importancia de estudiar estos QRs se deriva de sus potenciales aplicaciones en dispositivos ópticos, electrónicos, y opto-electrónicos tales como, transistores de alta movilidad, diodos laser, circuitos de alta frecuencia para telecomunicaciones, dispositivos para espintrónica, y aplicaciones en superconductividad. Para la fabricación de láseres de confinamiento separado es necesario depositar una sección cuya función es mantener confinada la luz en una cavidad reflectora y otra sección en la que los electrones experimenten un confinamiento debido a la presencia de una barrera de potencial que se genera al depositar una capa de un semiconductor con una banda de energía prohibida lo suficientemente mayor para que

el efecto de confinamiento de portadores sea efectivo (González-Fernández, 2019).

El desarrollo de fuentes de láser sintonizables de alta potencia, como los láseres de electrones libres, ha impulsado la realización de una serie de estudios sobre la interacción de campos de láser intensos (ILF) con portadores en sistemas semiconductores de baja dimensión. Esto ha permitido el descubrimiento de interesantes fenómenos físicos. Podemos mencionar, por ejemplo, la presencia de cambios en la densidad electrónica de estados en pozos cuánticos (QWs), la medición de estados de resistencia cero en gases de electrones bidimensionales bajo radiación de microondas, absorción resonante de terahertz en QWs, y estados de Floquet-Bloch en nanotubos de carbono de pared simple, entre otros. Por lo tanto, estas perturbaciones externas pueden considerarse como una herramienta poderosa para el control de las propiedades electrónicas y ópticas de las nanoestructuras semiconductoras (Sakiroglu, 2017). Los campos electromagnéticos ILF y externos proporcionan un efecto importante en las propiedades electrónicas y ópticas de pozos cuánticos dobles asimétricos (ADQWs), y los cambios en los niveles de energía y los elementos de la matriz del momento dipolar dependen de la forma del potencial de confinamiento (Yesilgul, 2017). En los metamateriales, las colecciones de nanopartículas, huecos y/o cavidades dieléctricas metálicas o de alto índice permiten interacciones de luz-materia notablemente mejoradas en escalas de longitud de sub-onda que controlan y adaptan polarizaciones locales, fases y amplitudes de campos locales lineales y no lineales (Krasnok, 2018).

Además, hoy en día existen fuentes de luz cuántica, que permiten la posibilidad de estudiar la interacción luz-materia en un régimen completamente cuántico, donde las nanocavidades desempeñan un papel muy importante en el proceso de cuantización de luz, estos sistemas cuánticos que incluyen cavidades se describen teóricamente en el marco de la teoría de los sistemas cuánticos abiertos (Portacio A. A., 2019). La dependencia demostrada entre los estados propios de los QDs "puros" y las capas húmedas de QWs indica que un análisis convencional de estructuras de QDs sin tener en cuenta estas capas puede no ser suficien-

te para una caracterización adecuada (Melnik, 2003). Los QDs de alta densidad (alrededor de 10 por cm) crecidos en sustratos InP se adaptan a las longitudes de onda de emisión superiores a 1.3 m. Usando estas muestras, se han fabricado conos submicrométricos de tamaño micrométrico, que contienen un pequeño número de QDs (Huh, 2011). En el marco de la aproximación adiabática, se han investigado los estados de energía electrónica y la absorción directa de luz en un CQD de GaAs, obteniendo expresiones analíticas para el espectro de energía y la dependencia del borde de absorción como función de los parámetros geométricos del CQD (Hayrapetyan D. B., 2015). Las frecuencias de transición intrabanda e interbanda caen en la parte IR y visible del espectro, respectivamente, lo cual sitúa a los CQDs como potenciales elementos básicos para el diseño de LED QD (Hayrapetyan D. B., 2016). También se han reportado cálculos de energía de confinamiento en función de la forma y del tamaño para QDs de GaAs, de forma piramidal y cónica, a través de un enfoque cuasi analítico y del método de elementos finitos (Gil-Corrales, 2018).

Este artículo está organizado de la siguiente manera: en la Sección II se formula el modelo y la dinámica del sistema estudiado, in Sección III se presentan los resultados, en la Sección IV se presenta la discusión. Finalmente, en la Sección V se muestran las conclusiones.

Materiales y métodos

Sistema cuántico nano-estructurado

Consideremos un QD cónico impenetrable (ver Figura 1), donde H , R y θ representan la altura, el radio de la base y el ángulo del cono. Se asume el caso de ángulos pequeños, es decir $R \ll H$, por lo tanto se tiene la siguiente aproximación:

$$\tan\theta = \frac{R}{H} \ll 1. \quad (1)$$

La condición (1) permite aplicar aproximaciones geométricas y adiabáticas para resolver el problema (Hayrapetyan D. B., 2015). La energía potencial de una partícula cargada en dicha estructura tiene la siguiente forma:

$$V_{conf}(\rho, \varphi, z) = \begin{cases} 0, & \text{partícula dentro del cono,} \\ \infty, & \text{partícula fuera del cono.} \end{cases} \quad (2)$$

El sistema estudiado consiste de un portador de carga confinado en un QD con geometría cónica. En el marco de la aproximación de masa efectiva el Hamiltoniano \hat{H}_0 del sistema en coordenadas cilíndricas es:

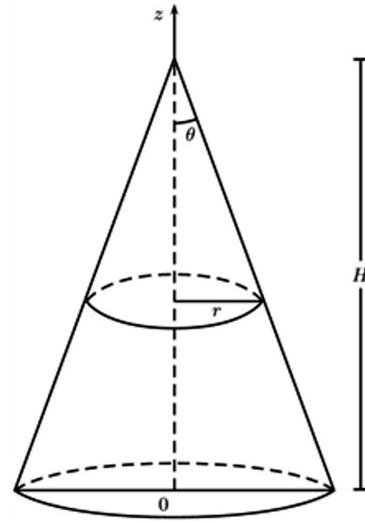


Figura 1: Modelo geométrico del QD cónico del sistema objeto de estudio, tomado de la Referencia (Hayrapetyan D. B., 2015)

$$\hat{H}_0(\rho, \varphi, z) = -\frac{\hbar}{2m_e^*} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \right)^2 + V_{conf}(\rho, \varphi, z) \quad (3)$$

donde m_e^* es la masa efectiva del portador de carga.

Como se describe en la ref. (Khordad, 2014), las energías y las funciones de onda de los electrones confinados en un QD con geometría cónica se calculan resolviendo la ecuación de Schrödinger tridimensional asociada a este Hamiltoniano.

Operador densidad y ecuación maestra

Según el formalismo de la mecánica cuántica, todo sistema tiene asociado un operador de estado $\hat{\rho}$ denominado operador densidad que contiene toda la información del sistema. Si un sistema cuántico se encuentra en el estado $|\psi_i\rangle$ con probabilidad p_i , el operador densidad es (Sakurai, 2014):

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \quad (4)$$

donde $\{|\psi_i\rangle\}$ no necesariamente es una base ortogonal y $\sum_i p_i = 1$. Al elegir una base ortonormal $\{|u_i\rangle\}$, los elementos matriciales del operador $\hat{\rho}$ se pueden escribir en la forma:

$$\rho_{nm} = \sum_i p_i \langle u_m | \psi_i \rangle \langle \psi_i | u_n \rangle = \langle u_m | \hat{\rho} | u_n \rangle \quad (5)$$

El operador también se puede definir en términos de sus elementos matriciales,

$$\hat{\rho} = \sum_{nm} \rho_{nm} |u_m\rangle \langle u_n| \quad (6)$$

Para un operador \hat{A} el valor esperado $\langle \hat{A} \rangle$ viene dado por:

$$\langle \hat{A} \rangle = \langle \Psi_i | \hat{A} | \Psi_i \rangle = \sum_{nm} \langle u_n | \hat{\rho} | u_m \rangle \langle u_n | \hat{A} | u_m \rangle = \sum_{nm} \rho_{nm} A_{nm} = \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{A}) \quad (7)$$

La ec. (7), indica que el valor esperado de \hat{A} para un estado mezclado es la suma de los valores esperados de \hat{A} para cada uno de los estados puros $|\Psi_i\rangle$ ponderado por las probabilidades p_i y que puede calcularse como la traza del producto de los operadores $\hat{\rho}$ y \hat{A} escritos en la misma base. Por tanto, si se conoce el operador densidad, se puede determinar la evolución temporal del sistema calculando el valor esperado de cualquier observable que se desee estudiar.

La ecuación de movimiento para el operador densidad de un sistema cuántico se conoce como ecuación maestra. Para un sistema cuántico cerrado la ecuación maestra se denomina *Ecuación de Liouville-von Neumann* y se escribe (Breuer, 2002):

$$\frac{\partial \hat{\rho}_c}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_0, \hat{\rho}_c] \quad (8)$$

donde \hat{H}_0 y $\hat{\rho}_c$ son el Hamiltoniano y el operador densidad asociados al sistema cuántico cerrado. La ec. (8) produce la misma dinámica unitaria que la ecuación de Schrödinger para un sistema aislado. Sin embargo, un sistema físico real siempre estará bajo la influencia del entorno y la tarea de tratar de aislarlo completamente de esta influencia es imposible. Incluso en el caso en que la evolución del sistema se diera de forma ideal, de todas maneras, sería necesario exponerlo al entorno para poder efectuar un proceso de medición (Calderón Losada, 2010).

En contraste con la dinámica del operador densidad de un sistema cuántico cerrado, la evolución de un sistema cuántico abierto, en general, es no unitaria, ya que la interacción con el medio ambiente produce decoherencia, la cual se define como la formación irreversible de correlaciones cuánticas de un sistema con su entorno. Estas correlaciones causan la pérdida de información del sistema de interés. Para estudiar la dinámica de un sistema cuántico abierto se considera el acople de un sistema con un entorno mediante un Hamiltoniano de la forma (Breuer, 2002; Calderón Losada, 2010):

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_E + \hat{H}_{SE} \quad (9)$$

donde \hat{H}_S y \hat{H}_E son los Hamiltonianos del sistema y del entorno, respectivamente y \hat{H}_{SE} es el Hamiltoniano que describe la interacción entre el sistema y el entorno. El sistema total $S + E$ es cerrado por tanto su evolución

se rige por la ecuación de Liouville-von Neumann y el estado del sistema total se representa mediante el operador densidad $\hat{\rho}_c$; como el interés está en la dinámica del sistema, se debe considerar la traza parcial sobre los grados de libertad del entorno:

$$\hat{\rho} = \text{Tr}_E(\hat{\rho}_c) \quad (10)$$

donde $\hat{\rho}_s$ es el operador densidad reducido del sistema cuántico abierto S y Tr_E representa la traza parcial sobre los grados de libertad del entorno E . De forma análoga, la ecuación de movimiento del operador densidad reducido del sistema se obtiene tomando la traza parcial sobre los grados de libertad del entorno en ambos lados de la ecuación de Liouville-von Neumann asociada al sistema total

$$\frac{\partial \hat{\rho}_s}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \text{Tr}_E([\hat{H}, \hat{\rho}_c]) \quad (11)$$

La dinámica definida por la ec. (11) puede ser formulada en el marco de la aproximación de Born, que consiste en despreciar términos mayores al primer orden en el operador Hamiltoniano de interacción \hat{H}_{SE} y de la aproximación de Markov, según la cual la evolución futura de $\hat{\rho}_s$ depende exclusivamente de su valor presente y no de sus valores pasados de tal forma que se pueden despreciar sus efectos de memoria. Estas consideraciones permiten escribir una ecuación diferencial de primer orden para $\hat{\rho}_s$

$$\frac{\partial \hat{\rho}_s}{\partial t} = \mathcal{L} \hat{\rho}_s \quad (12)$$

que se conoce como ecuación maestra Markoviana. Para la construcción de la forma más general que toma el generador \mathcal{L} pueden utilizarse argumentos de la teoría de grupos u optar por una derivación microscópica, en cualquiera de los casos, la forma diagonal que adopta dicho generador es

$$\mathcal{L} \hat{\rho}_s = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_s, \hat{\rho}_s] + \sum_v \frac{\lambda_v}{2} (2L_v \hat{\rho}_s L_v^\dagger - L_v^\dagger L_v \hat{\rho}_s - \hat{\rho}_s L_v^\dagger L_v) \quad (13)$$

El primer término del generador representa la dinámica unitaria dada por el Hamiltoniano \hat{H}_s . Los operadores L_v se denominan usualmente como operadores de Lindblad, su estructura depende del tipo de proceso disipativo al que esté expuesto el sistema cuántico, λ_v son las tasas de relajación para los diferentes procesos disipativos. Combinando las ecs. (12) y (13) se obtiene una ecuación maestra para el operador de densidad del sistema que se denomina *Ecuación de von Neumann-Lindblad* y tiene la siguiente forma (Leymann, 2014):

$$\frac{\partial \hat{\rho}^S}{\partial t} = \frac{2}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \Sigma_v \quad (14)$$

La solución de la ecuación maestra en la forma Lindblad proporciona la descripción dinámica más general de los sistemas cuánticos abiertos en la aproximación de Born-Markov, este tipo de ecuaciones se utiliza ampliamente para describir enfriamiento de átomos, decoherencia en información cuántica, ingeniería de estados cuánticos y cálculos de fotoluminiscencia (Torres, 2014; Albert, 2014).

Susceptibilidad óptica

Las propiedades ópticas de un medio a través del cual se propaga una onda electromagnética se describen por la relación entre el vector de polarización $P(t)$ y el vector de campo eléctrico de la onda incidente $E(t)$. La relación matemática entre las funciones vectoriales $P(t)$ y $E(t)$ está ligada a las características del medio. Esta relación generalmente se escribe como:

$$P_i(t) = \epsilon_0 (X_{ij}^{(1)} E_j + X_{ijk}^{(2)} E_j E_k + X_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots) \quad (15)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del vacío, $(X_{ij}^{(1)})$ es un tensor asociado con la susceptibilidad óptica lineal que describe procesos ópticos lineales asociados con la absorción o emisión de un solo fotón (Boyd, 2019; Wu, 2013), $(X_{ijk}^{(2)})$ es un tensor asociado con la susceptibilidad óptica no lineal de segundo orden, el cual describe procesos de absorción de dos fotones presentes en fenómenos físicos tales como: el efecto Pockels, la mezcla de tres ondas, generación de segundo armónico, suma o diferencia de frecuencias y la rectificación óptica (Hirayama, 2014; Zhai, 2014; Li, 2014; Xie W., 2011; Olsen, 2013). Por último $(X_{ijkl}^{(3)})$ es un tensor asociado con la susceptibilidad óptica de tercer orden que describe procesos de absorción de tres fotones inmersos en fenómenos no lineales tales como: generación de tercer armónico y efecto Kerr óptico (Xie W., 2013; Shao S. G., 2011).

Método de cálculo de la respuesta óptica en nano-estructuras en el régimen Born-Markov

Para resolver este problema, esta investigación propone calcular la evolución temporal del operador densidad del sistema mediante la solución de una ecuación maestra de Born-Markov en la forma Lindblad. Además se considera como el entorno del sistema al vacío cuántico del campo electromagnético que incide sobre la nano-estructura en consideración (un portador de carga en un QD con geometría cónica), esta

consideración permite describir formalmente los procesos de emisión espontánea (γ) entre dos niveles del sistema cuántico: un estado excitado $|e\rangle$ y un estado base $|g\rangle$ (Breuer, 2002). También se incluye un término de *dephasing* γ_ϕ que describe procesos de interacción con fonones; un efecto importante en electrodinámica cuántica de cavidades con sistemas de estado sólido.

La ecuación maestra (11) se transforma en (Vera, 2009; Govenius, 2016):

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}_0 + \hat{V}(t), \hat{\rho}] + \frac{\gamma}{2} (2\hat{\sigma} \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger - \partial^\dagger \hat{\sigma} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{\sigma}^\dagger \partial) + \frac{\gamma_\phi}{2} (\hat{\sigma}_z \hat{\rho} \hat{\sigma}_z - \hat{\rho}) \quad (16)$$

donde, $\hat{\sigma}^\dagger = |e\rangle\langle g|$ ($\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$) es el operador de excitación (desexcitación) de la materia y el operador $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ que es un operador hermítico cuyo valor esperado $\langle \hat{\sigma}_z \rangle$ es conocido como inversión de población. Las tasas $\gamma = 1/T_1$ y $\gamma_\phi = 1/T_2$ son tomados de resultados experimentales o pueden ser calculados teóricamente (Breuer, 2002). El tiempo T_1 se denomina tiempo de coherencia longitudinal (tiempo de emisión espontánea). El tiempo T_2 se denomina tiempo de coherencia transversal (tiempo de coherencia de fase). Generalmente $T_1 > T_2$ y sus valores se obtienen de resultados experimentales.

La ec. (16) permite estudiar la respuesta óptica lineal y no lineal de nano-estructuras interactuando con campos clásicos o cuánticos, sin embargo en la literatura predomina el uso de un método fenomenológico convencional, basado en la ec. (16), que limita el estudio de la respuesta óptica producida por la interacción con campos clásicos. La solución de la ecuación maestra (16) proporciona el operador densidad de la nano-estructura con el que se calcula el valor esperado del operador polarización eléctrica inducida de n -ésimo orden $\langle \hat{\rho}^{(n)}(t) \rangle$. A partir de éste se encuentran las expresiones de la respuesta óptica en nano-estructuras usando el formalismo de sistemas cuánticos abiertos como mostró Portacio *et al.* (Portacio A. A., 2019).

La solución de la ecuación de Schrödinger asociada al Hamiltoniano (3) está dada por (Gil-Corrales, J. A., *et al.*, 2018):

$$\Psi_{mpj}(x, y, z) = \frac{C}{Z} J_\nu(K_{mpj} z) \times J_m(k_{mp} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{Z}) e^{im\varphi} \quad (17)$$

donde C es la constante de normalización, J_ν y J_m son funciones de Bessel de primera clase de orden ν y m , respectivamente; $\varphi = \arctan \frac{y}{x}$ y $\nu = \sqrt{K_{mp}^2 + \frac{3}{4}}$.

Al utilizar las condiciones de frontera se obtienen las siguientes relaciones:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (18)$$

$$J_m\left(\frac{\sqrt{k_{mp}}}{R}\right) = 0 \quad J'_m(k_{mp}H) = 0 \quad (19)$$

donde R y H corresponden al radio y altura del cono, respectivamente, como en la Figura 1. Los autovalores de la energía tienen la forma

$$E_{mpj} = \frac{\hbar^2 k_{mp}^2}{2m_e^*} \quad (20)$$

Resultados

En esta sección se analiza el efecto del tamaño y del índice de refracción en la respuesta óptica lineal de un QD de AsGa/AsGaAl con forma cónica. Para realizar los cálculos se usaron los siguientes parámetros: masa efectiva del electrón $m^* = 0.067m_0$ (m_0 que es la masa del electrón libre), $T_1 = 1$ ps, $T_2 = 0.2$ ps, $n_r = 3.2$. Se mantuvo la altura constante $H = 50$ nm y se varió el ángulo θ de 7.5° a 17.5° en intervalos de 2.5° , con lo cual el radio de la base del cono R , medido en nm, asume los valores $R = 6.58, 8.82, 11.08, 13.40, 15.76$.

En la Figura 2, que corresponde a la relación de la respuesta óptica lineal $\alpha^{(1)}$ y la energía del fotón, se puede observar que, al aumentar el ángulo θ (y por tanto el radio de la base) la energía del fotón disminuye (corrimiento al rojo).

En la Figura 3 se muestra el cambio del índice de refracción $\Delta n/n_r$ con respecto a la energía manteniendo la altura H constante y variando el ángulo θ . Se nota que al aumentar el ángulo, el pico de resonancia también sufre un corrimiento hacia el rojo como en el caso de

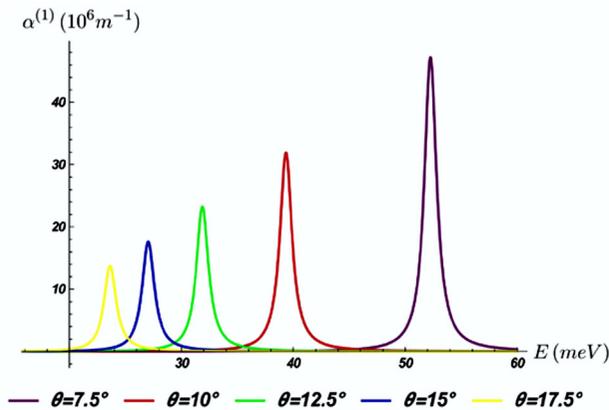


Figura 2: Respuesta óptica de un QD de forma cónica en función de la energía del fotón incidente, para los valores del radio nm con una altura nm, que corresponde a los ángulos .

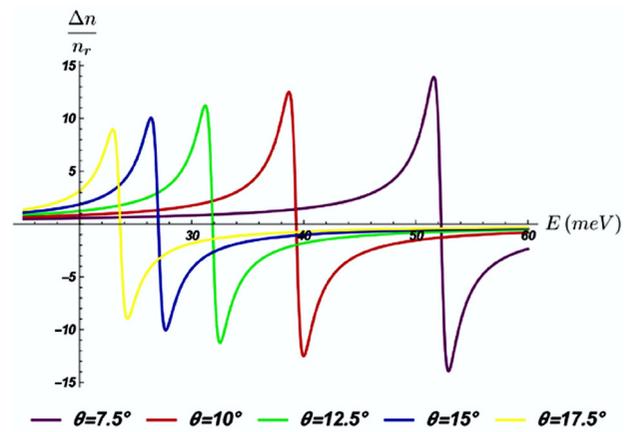


Figura 3: Cambio del índice de refracción de un QD de forma cónica en función de la energía del fotón incidente, para los valores del radio nm con una altura nm, que corresponde a los ángulos .

la Figura 2. Este comportamiento concuerda con los resultados reportados en la ref. (Portacio A. A., 2016).

Discusión

De esta forma, se ha encontrado que el tamaño de la nano-estructura juega un papel importante en sus propiedades ópticas, abriendo así nuevas oportunidades para la exploración práctica del efecto del tamaño en estos dispositivos cuánticos. Se espera que los resultados obtenidos en este trabajo puedan contribuir a la interpretación de los estudios experimentales y proporcionar un nuevo modelo para la aplicación práctica, como los interruptores ópticos, fotodetectores infrarrojos y moduladores electro-ópticos.

Conclusiones

En este trabajo, se ha presentado un estudio del efecto del tamaño sobre la respuesta óptica lineal y cambios de índice de refracción lineal $\Delta n/n_r$ en un CQD de GaAs/GaAlAs. Los cálculos fueron realizados usando el formalismo de la matriz densidad y dentro de la aproximación masa efectiva. Se observó que la posición de los picos de resonancia presentes de $\alpha^{(1)}$ y $\Delta n/n_r$, se desplazan hacia regiones de bajas energías (corrimiento al rojo), cuando aumentan las dimensiones de la nano-estructura.

Agradecimientos

A.A. Portacio, agradece el apoyo financiero de la Universidad de los Llanos a través del proyecto "Respues-

ta óptica de un punto cuántico cónico en el régimen Born-Markov”, código C07-F02-001-2019. D.A. Rasero agradece a la Universidad Surcolombiana por el apoyo durante la comisión de estudios autorizada a través de las Resoluciones 028 de 2019 y 002 de 2020.

Referencias

- Albert VV. Symmetries and conserved quantities in Lindblad master equations. *Physical Review A*. 2014; 89(2):022118.
- Al-Obeidat F, Al-Taani AT, Belacel N, Feltrin L, Banerjee N. A Fuzzy Decision Tree for Processing Satellite Images and Landsat Data. *Procedia Computer Science*. 2015;52:1192-1197.
- Alpaydın E. (2014). *Introduction to machine learning* (Vol. 1107).
- Backoulou GF, Elliott NC, Giles KL, Mirik M. Processed multispectral imagery differentiates wheat crop stress caused by greenbug from other causes. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2015;115:34-39.
- Berberoglu S, Akin A. Assessing different remote sensing techniques to detect land use/cover changes in the eastern Mediterranean. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*. 2009;11: 46-53.
- Bokusheva R, Kogan F, Vitkovskaya I, Conradt S, Batyrbayeva M. Satellite-based vegetation health indices as a criteria for insuring against drought-related yield losses. *Agricultural and Forest Meteorology*. 2016;220:200-206.
- Boyd RW. (2019). *Nonlinear optics*. Academic press.
- Breuer HP. (2002). *The theory of open quantum systems*. Oxford University Press on Demand.
- Calderón-Losada O. (2010). Control del enredamiento atómico mediante el efecto Stark dinámico generado en una cQED. *Tesis Universidad Nacional de Colombia*.
- Chen XL, Zhao HM, Li PX, Yin ZY. Remote sensing image-based analysis of the relationship between urban heat island and land use/cover changes. *Remote Sensing of Environment*. 2006; 104:133-146.
- Duque CMR. Quantum disc plus inverse square potential. An analytical model for two-dimensional quantum rings: Study of nonlinear optical properties. *Annalen der Physik*. 2012;524 (6-7): 327-337.
- Duque CMR. ¿ LE DARÍAS A TU PROMETIDA UN ANILLO CUÁNTICO? *MOMENTO*, (46E). p.p. 11-18.
- Eisavi V, Homayouni S, Yazdi AM, Alimohammadi A. Land cover mapping based on random forest classification of multitemporal spectral and thermal images. *Environmental Monitoring and Assessment*. 2015;187:1-14.
- Gil-Corrales JAE. Estados electrónicos de puntos cuánticos piramidales y cónicos. *Revista EIA*. 2018;15(30):161-175.
- González-Fernández JVZVG. Dispositivo láser semiconductor con puntos cuánticos para emisión en el cercano infrarrojo. *Revista mexicana de física*. 2019;65(1):43-48.
- Govenius JL. Detection of zeptojoule microwave pulses using electrothermal feedback in proximity-induced Josephson junctions. *Physical review letters*. 2016;117(3):030802.
- Halmy MW, Gessler PE, Hicke JA, Salem BB. Land use/land cover change detection and prediction in the north-western coastal desert of Egypt using Markov-CA. *Applied Geography*, 2015;63:101-112.
- Hayrapetyan DB. (2015). Direct interband light absorption in conical quantum dot. *Journal of Nanomaterials*, 2015.
- Hayrapetyan DB. Magneto-absorption in conical quantum dot ensemble: Possible applications for QD LED. *Optics Communications*. 2016;371:138-143.
- Henini M. (2002). Quantum dot nanostructures. *Materials today*. p.p.48-53.
- Hirayama HM. Recent progress and future prospects of AlGaIn-based high-efficiency deep-ultraviolet light-emitting diodes. *Japanese Journal of Applied Physics*. 2014;53(10):100209.
- Huh JH. Fabrication of metal embedded nano-cones for single quantum dot emission. *Japanese Journal of Applied Physics*. 2011;50(6S):06GG02.
- Jia B, He H, Ma F, Diao M, Jiang G, Zheng Z, et al. Use of a digital camera to monitor the growth and nitrogen status of cotton. *The Scientific World Journal*. 2014;602647.
- Kasapoglu ES. Intense laser field effects on the linear and nonlinear intersubband optical properties of a semi-parabolic quantum well. *The European Physical Journal B*. 2011;82(1): 13-17.
- Khordad R. Optical properties of a GaAs cone-like quantum dot: second and third-harmonic generation. *Optics and Spectroscopy*. 2014;117(3):447-452.
- Krasnok AT. Nonlinear metasurfaces: a paradigm shift in nonlinear optics. *Materials Today*, 2018;21(1):8-21.
- Kuang HZ. (2011). Recent developments in analytical applications of quantum dots. *TrAC Trends in Analytical Chemistry*. 1620-1636.
- Leymann HA. Expectation value based equation-of-motion approach for open quantum systems: a general formalism. *Physical Review B*. 2014;89(8):085308.
- Li XZ. Nonlinear optical rectification in asymmetric quantum dots with an external static magnetic field. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2014; 56:130-133.
- Melnik RV. 2003). Bandstructures of conical quantum dots with wetting layers. *Nanotechnology*. 2003;15(1): 1.
- Mishra K, Prasad PR. Automatic Extraction of Water Bodies from Landsat Imagery Using Perceptron Model. *Journal of Computational Environmental Science*, 2015; 1-9.

- Mora-Ramos ME. Linear and nonlinear optical properties in a semiconductor quantum well under intense laser radiation: effects of applied electromagnetic fields. *Journal of Luminescence*. 2012;132(4):901-913.
- Olsen MK. Asymmetric Gaussian harmonic steering in second-harmonic generation. *Physical Review A*. 2013;88(5):051802.
- Otukei JR, Blaschke T. Land cover change assessment using decision trees, support vector machines and maximum likelihood classification algorithms. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*. 2010;12: S27-S31.
- Portacio AA. Estudio teórico sobre el cambio de índice de refracción y la absorción óptica en un punto cuántico en presencia de un campo magnético uniforme. *Revista mexicana de física*, 2016;62(4):330-335.
- Portacio AA. Theoretical study on optical response in nanostructures in the Born-Markov regime: The role of spontaneous emission and dephasing. *Annals of Physics*. 2019;400:279-288.
- Rodriguez-Galiano VF, Ghimire B, Rogan J, Chica-Olmo M, Rigol-Sanchez JP. An assessment of the effectiveness of a random forest classifier for land-cover classification. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2012;67:93-104.
- Romero-Ruiz MH, Flantua SG, Tansey K, Berrio JC. Landscape transformations in savannas of northern South America: Land use/cover changes since 1987 in the Llanos Orientales of Colombia. *Applied Geography*. 2012;32:766-776.
- Sakiroglu SK. Intense laser field-induced nonlinear optical properties of Morse quantum well. *physica status solidi (b)*. 2017;254(4):1600457.
- Sakurai JJ. (2014). *Modern Quantum Mechanics 2Nd Edition*. Person New International edition.
- Schowengerdt RA. (2007). Chapter 1 - The nature of remote sensing. 1-X.
- Shao SG. Third-harmonic generation in cylindrical quantum dots in a static magnetic field. *Solid State Communications*. 2011;151(4):289-292.
- Shao Y, Lunetta RS. Comparison of support vector machine, neural network, and CART algorithms for the land-cover classification using limited training data points. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2012;70:78-87.
- Sharma P. (2007). *Precision Farming* (Vol. 53). (I. P. on Climate Change, Ed.) Cambridge: Cambridge University Press.
- Tiutiunyk ATR. (2015). Study of electron-related intersubband optical properties in three coupled quantum wells wires with triangular transversal section. *Superlattices and Microstructures*. p.p.131-136.
- Torres JM. Closed-form solution of Lindblad master equations without gain. *Physical Review A*. 2014;89(5):052133.
- Ungan FAR. Simultaneous effects of hydrostatic pressure and temperature on the nonlinear optical properties in a parabolic quantum well under the intense laser field. *Optics Communications*. 2013;309:158-162.
- Vera CAP. Characterization of dynamical regimes and entanglement sudden death in a microcavity quantum dot system. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2009;21(39):395603.
- Walker KL. Seasonal mixing in forest-cover maps for humid tropics and impact of fluctuations in spectral properties of low vegetation. *Remote Sensing of Environment*. 2016;179:79-88.
- Wang G, Liu J, He G. A method of spatial mapping and reclassification for high-spatial-resolution remote sensing image classification. *TheScientificWorldJournal*. 2013; 192982.
- Wang XY, Guo YG, He J, Du LT. Fusion of HJ1B and ALOS PALSAR data for land cover classification using machine learning methods. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*. 2016; 52:192-203.
- Warner TA, Foody GM, Nellis MD. (2009). *The SAGE Handbook of Remote Sensing*. p.p.504.
- Wu QG. Polaron effects on the linear and the nonlinear optical absorption coefficients and refractive index changes in cylindrical quantum dots with applied magnetic field. *Physica B: Condensed Matter*. 2013;410:206-211.
- Xie W. The nonlinear optical rectification of a confined exciton in a quantum dot. *Journal of Luminescence*. 2011;131(5): 943-946.
- Xie W. Third-order nonlinear optical susceptibility of a donor in elliptical quantum dots. *Superlattices and Microstructures*. 2013;53:49-54.
- Yesilgul USOR. Effects of electromagnetic fields on the nonlinear optical properties of asymmetric double quantum well under intense laser field. *Chemical Physics*. 2017;485:81-87.
- Zhai W. A study of electric-field-induced second-harmonic generation in asymmetrical Gaussian potential quantum wells. *Physica B: Condensed Matter*. 2014;454:50-55.